



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014

Profil Filologie / Științe sociale

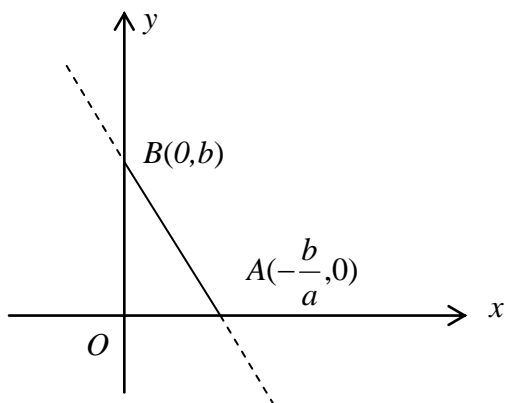


FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

BAREM DE CORECTARE CLASA a IX-a

1.

a)



Triunghiul este dreptunghic. ($m(\hat{O}) = 90^\circ$)

$$OA = OB \Rightarrow -\frac{b}{a} = b \Rightarrow a = -1 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

$$A_{\Delta AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = -\frac{b^2}{2a} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ -\frac{b^2}{2a} = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \pm 4 \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

$$f_1(x) = -x + 4 \text{ și } f_2(x) = -x - 4 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

b) $f(x) = 2x - 1$

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Științe sociale

$$2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) - 1 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - 1 + \dots + 2 \cdot \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) - 1 = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right) - 99 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

$$99 \cdot \left(\frac{1}{50} - 1\right) = -\frac{99 \cdot 49}{50} = -\frac{4851}{50} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

2. Fie $x - 2r, x - r, x, x + r$ și $x + 2r$ vârstele celor cinci persoane 1 p
- $(x - 2r) + (x - r) + x + (x + r) + (x + 2r) = 90 \Rightarrow 5x = 90 \Rightarrow x = 18$ 1 p
- $(x - 2r)^2 + (x - r)^2 + x^2 + (x + r)^2 + (x + 2r)^2 = 1980$ 1 p
- $5x^2 + 10r^2 = 1980$ 2 p
- $10r^2 = 360 \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = \pm 6$ 1 p
- În această situație obținem: 6, 12, 18, 24, 30 (ani) sunt vârstele celor cinci persoane. 1 p

3. a) Ecuația de gradul al II-lea $f(x) = 0$ trebuie să admită două rădăcini reale, una negativă și una pozitivă..... 1 p

Trebuie să avem $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(m-1)^2 - 4m(m-3) > 0 \\ \frac{m-3}{m} < 0 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ p}$

Obține $\begin{cases} 4m + 4 > 0 \\ \frac{m-3}{m} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \in (0,3) \end{cases} \Rightarrow m \in (0,3) \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

b) Trebuie să avem $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > -1 \\ \frac{m-3}{m} > 0 \\ \frac{2(m-1)}{m} > 0 \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$\begin{cases} m \in (-1, +\infty) \\ m \in (-\infty, 0) \cup (3, +\infty) \\ m \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) \end{cases} \Rightarrow m \in (-1, 0) \cup (3, +\infty) \dots\dots\dots 2 \text{ p}$

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

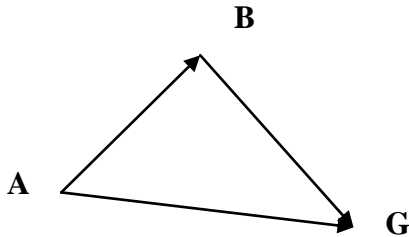
ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

4.



Figură 1 p

$$\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{BG} \dots\dots\dots 1 p$$

$$2\vec{AG} + 5\vec{GB} = \vec{AB} \Rightarrow 2\vec{AB} + 2\vec{BG} - 5\vec{BG} = \vec{AB} \dots\dots\dots 2 p$$

$$\text{Rezultă: } 3\vec{BG} = \vec{AB} \dots\dots\dots 1 p$$

Cum A și B sunt puncte date (fixate), rezultă că G este unic determinat 2 p

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Științe sociale

BAREM DE CORECTARE - CLASA A X-A

1. a) $f\left(\frac{2+4}{2}\right) \leq \frac{f(4)+f(2)}{2} \Leftrightarrow 2^3 \leq \frac{2^4+2^2}{2}$ 2p

b) $2^{\frac{a+b}{2}} \leq \frac{2^a+2^b}{2} \Leftrightarrow 2^{\frac{a}{2}} \cdot 2^{\frac{b}{2}} \leq \frac{2^a+2^b}{2}$ 2p

$2\sqrt{2^a \cdot 2^b} \leq 2^a + 2^b$ 1p

$2^a - 2\sqrt{2^a} \cdot \sqrt{2^b} + 2^b \geq 0$ 1p

$(\sqrt{2^a} - \sqrt{2^b})^2 \geq 0$ 1p

2. Logaritmează în baza 2 egalitatea dată și obține:

$\log_2 \left(x^{\log_2 \left(\frac{y}{z}\right)} \cdot y^{\log_2 \left(\frac{z}{x}\right)} z^{\log_2 \left(\frac{x}{y}\right)} \right) = 0$ 2p

Rezultă:

$\left(\log_2 \frac{y}{z}\right) (\log_2 x) + \left(\log_2 \frac{z}{x}\right) (\log_2 y) + \left(\log_2 \frac{x}{y}\right) (\log_2 z) = 0$ 2p

$\log_x x (\log_2 y - \log_2 z) + \log_2 y (\log_2 z - \log_2 x) +$
 $+ \log_2 z (\log_2 x - \log_2 y) = 0$ 1p

$(\log_2 x) (\log_2 y) - (\log_2 x) (\log_2 z) + (\log_2 y) (\log_2 z) -$
 $- (\log_2 y) (\log_2 x) + (\log_2 z) (\log_2 x) - (\log_2 z) (\log_2 y) = 0$ 1 p

Finalizare..... 1 p

3. a) Condiții de existență $\begin{cases} x > 0 \\ \lg^2 x - \lg x^2 + 1 \geq 0 \end{cases}$ 1p

$\lg^2 x - \lg x^2 + 1 = \lg^2 x - 2\lg x + 1 = (\lg x - 1)^2 \geq 0, (\forall) x > 0$ 1p

Ecuția devine: $|\lg x - 1| = 3$, rezultă $\lg x - 1 = \pm 3$ 1p

Obține: $x_1 = 10^{-2}$ și $x_2 = 10^4$ 1p

b) Ecuția devine: $e^{x-\frac{1}{x}+1} = e^{\frac{1}{x}}, x \neq 0$ 1p

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



**CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"**



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

**ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014**

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Științe sociale

Rezultă: $x - \frac{1}{x} + 1 = \frac{1}{x}$ implică $x - \frac{2}{x} + 1 = 0$ 1p

$x^2 + x - 2 = 0$ implică $x_1 = 1, x_2 = -2$ 1p

4. a) Fie $n; nq; nq^2; nq^3; nq^4; nq^5$, numărul de locuri ocupate de luni până sâmbătă.....1p

Avem: $\begin{cases} n(1 + q + q^2) = 26 \\ n \cdot q^3(1 + q + q^2) = 702 \end{cases}$ rezultă $q^3 = 27$ rezultă $q = 3$ și

$n = 2$1p

Începând de luni și până sâmbătă, inclusiv, s-au ocupat: **2; 6; 18; 54; 162; 486** locuri.....1p

b) Până joi, inclusiv, s-au ocupat: **$(2 + 6 + 18 + 54) = 80$** locuri.....1p

Suma încasată este 8800 lei..... 1p

- a) Numărul total de locuri ocupate în cele șase zile este 728..... 1p

Numărul de locuri ocupate vineri reprezintă 22,25% din numărul total de locuri ocupate în cele șase zile.....1p

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



**CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"**



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

**ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014**

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Științe Sociale

**BAREM DE CORECTARE
CLASA A XI-A**

1. a) $r=20\%$ pe an; rate pe 3 luni este de 5%2p

$S=1000(1+0,05)^8$ 2p

b) Dacă r_1 este rata anuală pentru al doilea elev: $S=1000(1+r_1)^2$ 2 p

$r_1 = 1,05^4 - 1 = 21,55\%$ 1p

2. a) Număr șosele este egal cu numărul de muchii pentru un graf complet cu 7 noduri.....1p

Număr șosele este $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$ 2p

b) Număr drumuri este egal cu numărul de submulțimi ale mulțimii $\{2,3,4,5,6,7\}$2 p

Cardinalul mulțimii $\{2,3,4,5,6,7\}$ este 6 și numărul de drumuri este 2^6 2p

3. a) $\frac{90}{375} = 0,24$ și deci 24% au cel puțin 80 kg1p

b) Media este $(45 \cdot 50 + 105 \cdot 65 + 135 \cdot 75 + 60 \cdot 85 + 30 \cdot 105) : 375 = 73,2$ 2p

Abateră medie liniară: $(45 \cdot 23,2 + 105 \cdot 8,2 + 135 \cdot 1,8 + 60 \cdot 11,8 + 30 \cdot 31,8) : 375 = 10,16$.. 2p

$\sigma^2 = (45 \cdot 23,2^2 + 105 \cdot 8,2^2 + 135 \cdot 1,8^2 + 60 \cdot 11,8^2 + 30 \cdot 31,8^2) : 375 = 187,76$ 1p

Abateră medie patrată $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 13,702$ 1p

4. a) $2^5 < 60 < 2^6$ și de aici câștigătorul (care a jucat primul tur) a jucat 6 meciuri1p

b) Numărul de meciuri din turul 1 este astfel încât, pentru turul 2, să rămână 32 de jucători ...2p

Numărul de meciuri este $28+16+8+4+2+1 = 59$ 2p

c) Fiind o competiție sportivă în sistem eliminatoriu, poate fi descrisă printr-un graf arbore 2p

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Științe Sociale

BAREM DE CORECTARE CLASA A XII-A

1. a)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$$

Finalizare 2p

b) Demonstrează $A^n = 5^{n-1} A \dots$ 2p

$A^{2014} = 5^{2013} \cdot A \dots$ 1p

2.

Fie $B = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$

Calculează $A \cdot B \dots\dots\dots 2p$

Calculează $B \cdot A \dots\dots\dots 2p$

Impune condiția $A \cdot B = B \cdot A \dots\dots\dots 1p$

Deduce: $a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + b_1 + c_1 = a_2 + b_2 + c_2 = a_3 + b_3 + c_3 = b_1 + b_2 + b_3 = c_1 + c_2 + c_3 \dots 1p$

3.

a) $(A(x) - A(y))^3 = O_3 \dots\dots\dots 1p$

Finalizare 1p

b) Demonstrează cerința 2p

c) Arată că $A(1) \cdot A(x) = A(1+x) \dots\dots\dots 1p$

$A(x+1) = A(0) \dots\dots\dots 1p$

$x = -1 \dots\dots\dots 1p$

4.

Fie $M(a, b) \dots\dots\dots 1p$

Impune condiția $M \in d \dots\dots\dots 1p$

Deduce $M(a, a+1) \dots\dots\dots 1p$

Calculează ariile celor două triunghiuri 2p

Din condiția de arii egale, deduce $|a+1| = 2|a| \dots\dots\dots 1p$

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



**CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"**



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

**ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014**

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Științe Sociale

Obține $M(1, 2)$ sau $M\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 1p

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.